CONCURSUL JUDEȚEAN "Trepte în matematică și comunicare"
Memorial FLORIAN PANĂ
Ediţia a XX-a, 16 mai 2026

Clasa a XI-a (M_2 Tehnologic)

Subiectul I (20p)

1. Să se determine numere reale x, y, m, n pentru care are loc egalitatea de matrice:

$$\begin{pmatrix} x^2+x & 8^m \\ C_n^2 & \log_2(y+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2^{2m-1} \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.

a) Să se demonstreze că $A^2=5A$.

c) Să se determine matricele $X \in M_2(\mathbb{R})$ care verifică ecuația $X^2+X=A$.

Subiectul al II-lea (25p)

Se consideră funcția $f:[1,+\infty) \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\frac{x-lnx}{x+lnx}$.

a) Să se verifice că $f(1)+f(e)=\frac{2e}{1+e}$.

b) Să se arate că $f'(x)=\frac{2(lnx-1)}{(x+lnx)^2}$, oricare ar fi $x \in [1,+\infty)$.

c) Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ dusă la graficul funcției $g:[1,+\infty) \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x)=\frac{f'(x)}{(f(x)+1)^2}$.

Probleme selectate si propuse de:

Prof. Smarandache Valentin
Prof. Rugu Andreea

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Se acordă 5 puncte din oficiu.