**CONCURSUL JUDEȚEAN**
**"Trepte în matematică și comunicare" Memorial FLORIAN PANĂ**
**Ediţia a XX-a, 16 mai 2026**

**BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE_____Clasa a IX-a (M2 tehnologic)**

**Subiectul I (20p)**

1. Determinaţi numărul real $x$ pentru care următoarele triplete sunt în progresie aritmetică:
$\frac{1}{x}, \frac{1}{x+1}, \frac{1}{x+3}$; b) $\{x\}, [x], x$.

***Soluţie***

a) $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3,-1,0\}$ .....1p

$\frac{2}{x+1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}$ ..... 2p

Ecuația devine $x-3=0$. Deci $x=3$ care verifică.....2p

b) $2[x] = \{x\} + x$ .....1p

$3[x] = 2x \Leftrightarrow [x] = \frac{2x}{3}$ .....2p

$[x] \in \{0;1\} \Rightarrow x \in \left\{0, \frac{3}{2}\right\}$.....2p

2. Se consideră ecuația $x^2 + (3-m)x - m + 1 = 0, m \in \mathbb{R}$.

a) Aflați soluțiile ecuației pentru $m$=1.

b) Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ astfel încât suma pătratelor rădăcinilor să fie minimă.

***Soluţie.***

a) $x^2 + 2x = 0$, $x_1 = 0, x_2 = -2$ .....4p

b) Avem $\Delta = (3-m)^2 + 4(m-1) = m^2 - 2m + 5 > 0$, pentru orice $m \in \mathbf{R}$ ……..……..…2p

Deci ecuaţia dată are două soluţii reale diferite, fie acestea

Rezultăcă $x_i^2 = (m-3)x_i + m - 1, i = 1,2$ ……..…..…….1p

Adunând aceste două egalităţi, obţinem $x_1^2 + x_2^2 = (m-3)^2 + 2(m-1) = m^2 - 4m + 7$ ……..…….1p

Acest trinom de gradul al doilea în $m$ are valoarea minimă $x_1, x_2$ $\frac{-\Delta_m}{4a} = 3$ ……...…….1p

Se obţine $m = 2$ ……..……1p

**Subiectul al II-lea (25p)**

1. Se dau vectorii $\vec{a}=\vec{i}+2\vec{j}$ ; $\vec{b} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ ; $\vec{c} = m\vec{i} + (m+1)\vec{j}$ , m∈ R

a) Aflaţi coordonatele vectorului $3 \cdot \vec{a} - 2 \cdot \vec{b}$;

b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ a.î vectorii $\vec{b}$ şi $\vec{c}$ sa fie coliniari;

c) Aflaţi $m \in \mathbb{R}$ pentru care vectorul $\vec{c}$ are modulul egal cu $\sqrt{5}$.

***Soluţie***

a) $\vec{v} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = 7\vec{i}$ .....3p

$\vec{v}(7,0)$ .....2p

b) $\frac{-2}{m} = \frac{3}{m+1}$ .....2p

$m = -\frac{2}{5}$ .....3p

c) $\sqrt{m^2 + (m+1)^2} = \sqrt{5}$ .....2p

$m^2 + m - 2 = 0$ de unde $m \in \{-2,1\}$ .....3p

2. Arătați că $(1 - \cos x \cos y)^2 - \sin^2 x \sin^2 y = (\cos x - \cos y)^2, x, y \in \mathbb{R}$.

***Soluţie***

calcul cu formule trigonometrice elementare.....10p

***NOTĂ:*** *Orice soluție corectă, diferită de cea din barem, se notează cu punctaj maxim.*